

Optique des faisceaux

Jean-Marie De Conto
Université Grenoble Alpes
LPSC - Grenoble

Repérage des particules

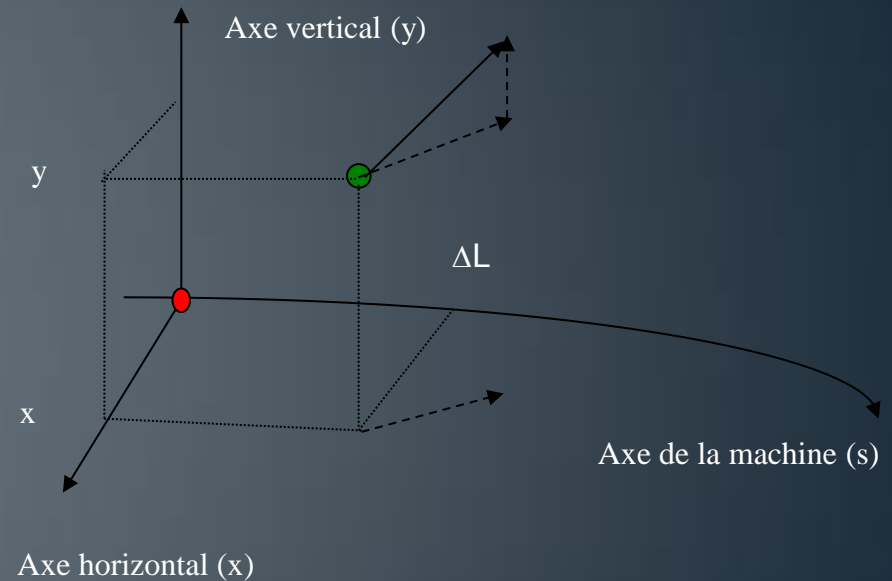
- Trajectoire et particule de référence

$$x' = \frac{p_x}{p_L} \quad y' = \frac{p_y}{p_L}$$

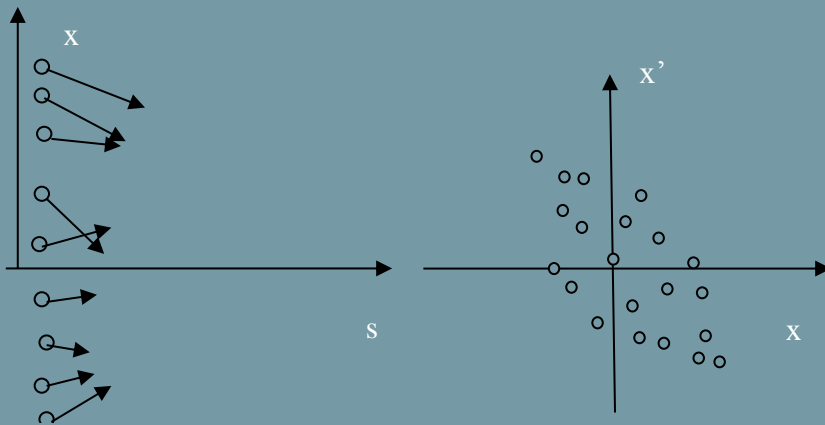
- Conditions de Gauss

x, x', y, y' petits

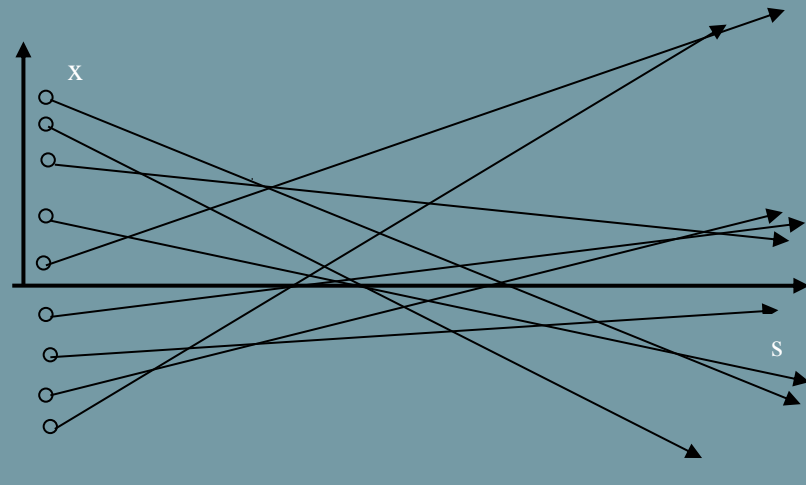
- $(x, x', y, y', \Delta L, \Delta p/p_0)$



Faisceau réel et émittance



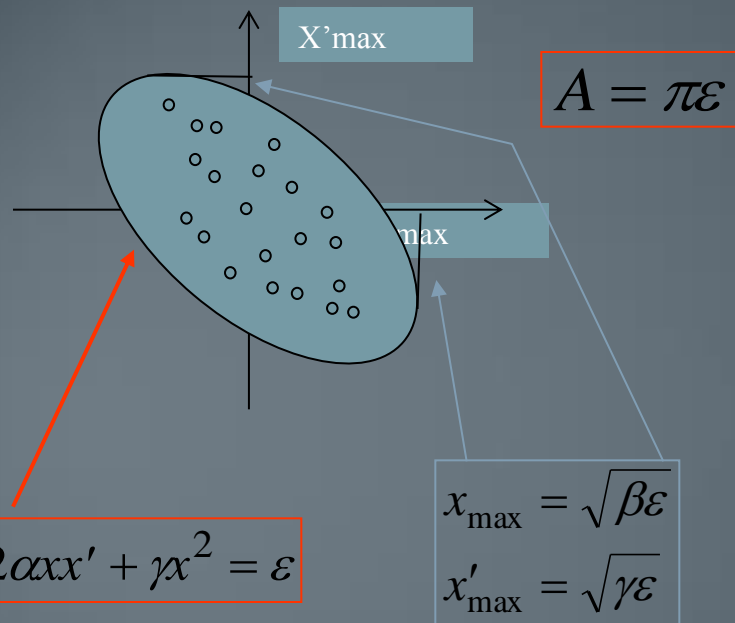
- Exemple sur espace sans champ
- (x, x') uniquement ici
- Minimum d'enveloppe (« wairst » ou « col »)



- ➔ Caractériser globalement
- ➔ Émittance quadratique moyenne (« RMS »)

Emittance quadratique moyenne

on part des données statistiques du faisceau



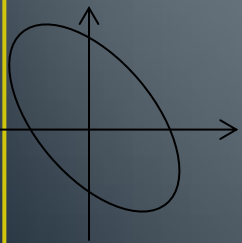
$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1$$

$$\epsilon_{RMS} = \sqrt{\sigma_x^2 \cdot \sigma_{x'}^2 - \sigma_{xx'}^2}$$

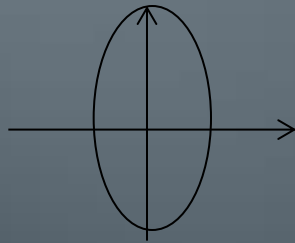
$$\beta \epsilon_{RMS} = \sigma_x^2 \rightarrow \beta = \frac{\sigma_x^2}{\epsilon_{RMS}}$$

$$\gamma \epsilon_{RMS} = \sigma_{x'}^2 \rightarrow \gamma = \frac{\sigma_{x'}^2}{\epsilon_{RMS}}$$

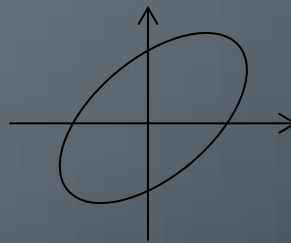
$$\epsilon = k \cdot \epsilon_{RMS}$$



$\alpha > 0$ (convergent)



$\alpha = 0$ (waist)



$\alpha < 0$ (divergent)

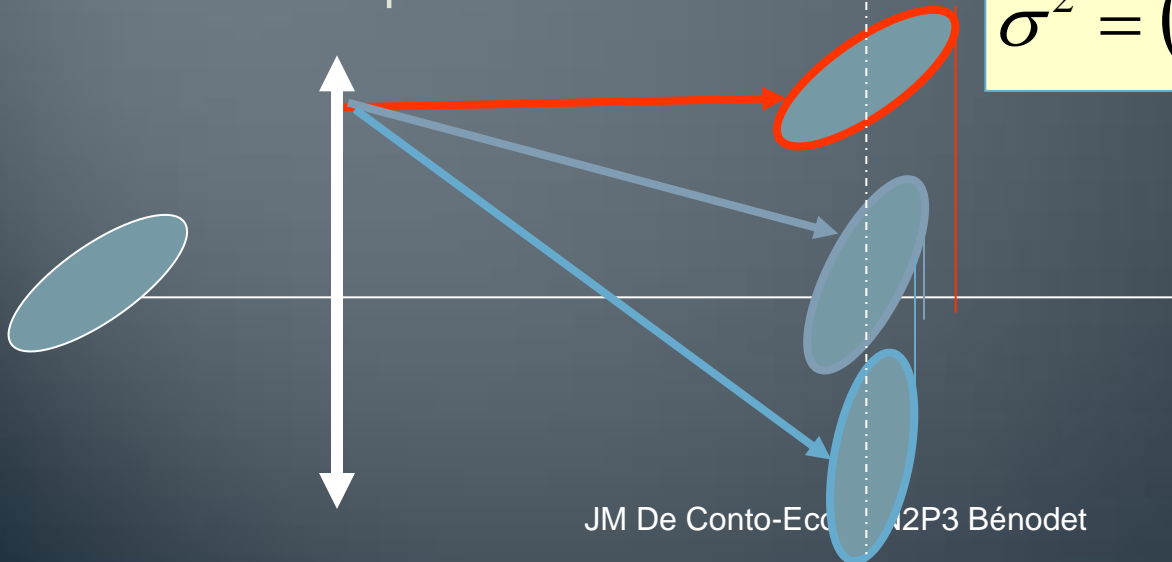
Plus ou moins de particules
incluses selon k et la distribution

Méthode des 3 gradients et émittance RMS

- La dimension quadratique moyenne varie le long de la structure en fonction de la focalisation
- Elle est reliée aux paramètres d'émittance
- On utilise une lentille connue dont on fait varier la force de focalisation
- On effectue N mesures de profil
- On obtient N équations à 4 inconnues

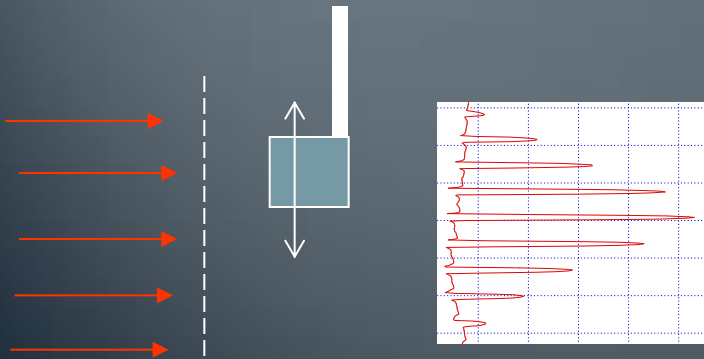
$$\langle x^2 \rangle = \sigma_0^2 = \beta_0 \varepsilon_{RMS}$$

$$\sigma^2 = (A\beta + B\alpha + C\gamma) \varepsilon_{RMS}$$

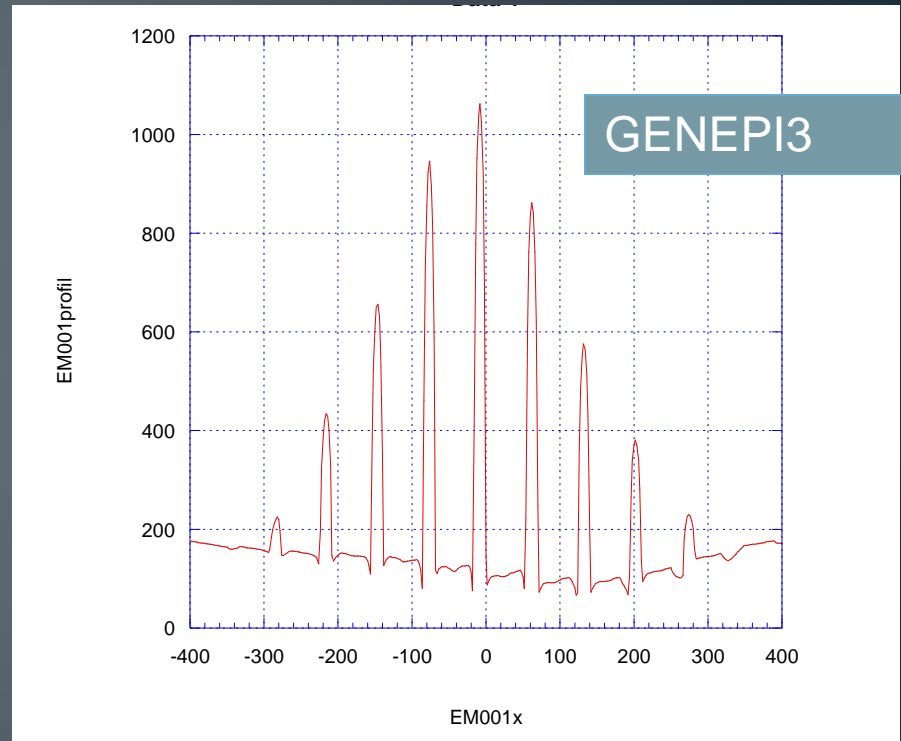


Mesures d'émittance par la méthode du pepper-pot

- ❑ Chambre à sténopé (pepper-pot en français!)
- ❑ Trous $\Phi 1.5\text{mm}$, entraxe 6.5mm sur un diamètre
- ❑ Coupelle de Faraday 52 mm en aval
- ❑ Ecartement de l'entraxe \rightarrow divergence ou convergence du faisceau
- ❑ **Elargissement des trous** \rightarrow divergence locale (épaisseur de l'ellipse)

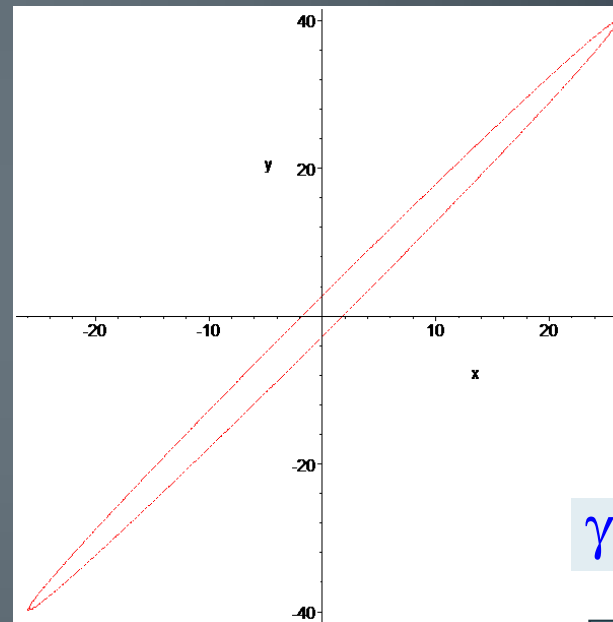
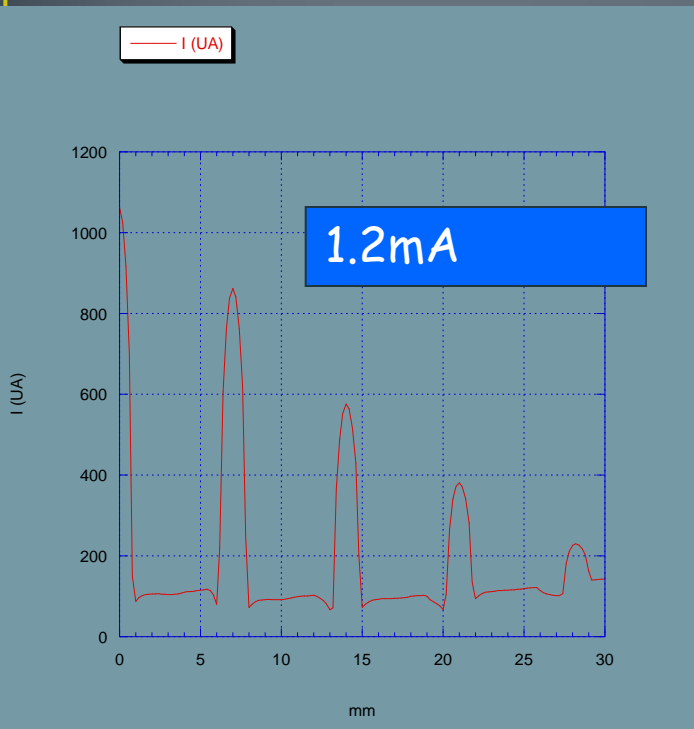


10èmes de mm et UA



Faisceau centré à 0.8mm près

Résultat: un faisceau homothétique à celui de GENEPI1(*)



$$\varepsilon := 72$$

$$\alpha := -14.4$$

$$\beta := 9.4$$

$$\gamma := 22.16595745$$

$$E = 26\text{mm}$$

$$E' = 40\text{mrad}$$

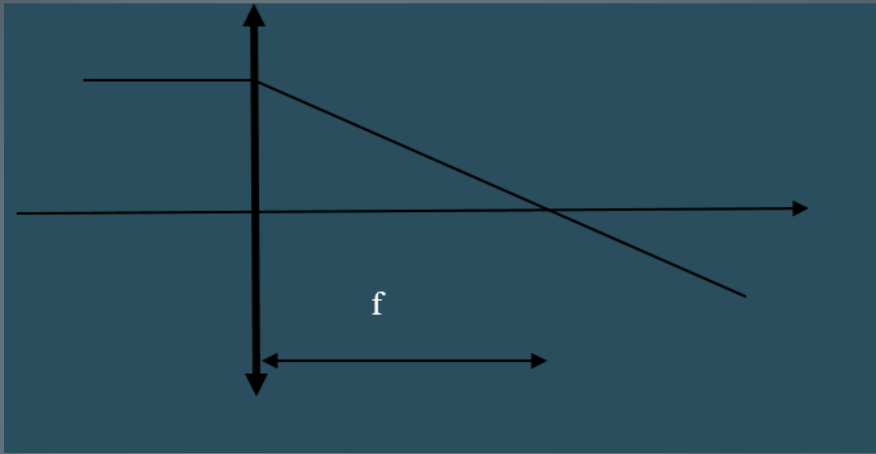
(*) Peu vous chaut, mais à moi, si!

- **Théorème de Liouville** : La quantité ε varie comme l'inverse de la quantité de mouvement.
- **Corollaire 1** : l'émittance diminue avec l'accélération.
- **Corollaire 2** : l'émittance n'est jamais nulle (sauf si elle est nulle au départ ce qui supposerait n'accélérer qu'une particule !).
- **Corollaire 3** : la dimension transverse et la divergence d'un faisceau ne sont jamais nulles.
- **Nota**: l'émittance RMS varie si l'optique est non linéaire
- Emittance normalisée: $\varepsilon^* = \beta_L \gamma_L \varepsilon$ ne varie pas avec E

Éléments optiques

Optique

- *Définition* : une lentille mince est un élément de longueur nulle qui donne une déviation angulaire proportionnelle à la position sans changer cette dernière.

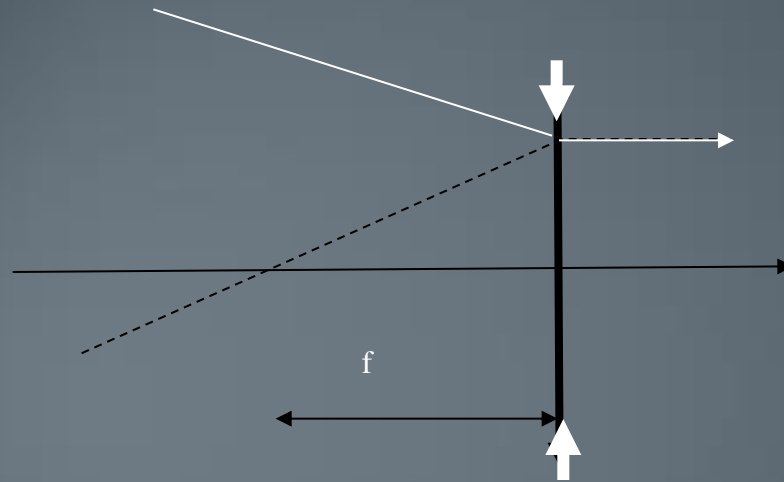


$$x_1 = x_0$$

$$x'_1 = x'_0 - \frac{x_0}{f}$$

- f est la distance focale de la lentille (position de son foyer). On a un signe « moins » quand la lentille est convergente.

Lentille divergente



$$x_1 = x_0$$

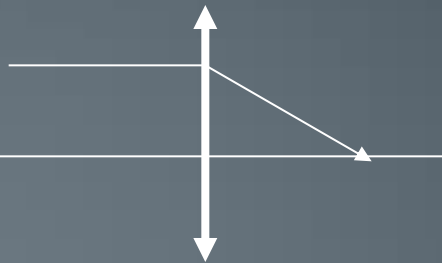
$$x'_1 = x'_0 + \frac{x_0}{f}$$

- *Propriété* : Deux lentilles minces séparées par un espace sans champ, de même distance focale mais l'une étant divergente et l'autre convergente, forment un ensemble convergent. C'est cette propriété qui expliquera pourquoi une lentille électrostatique est convergente.

Punition en exo: montrer l'assertion précédente!

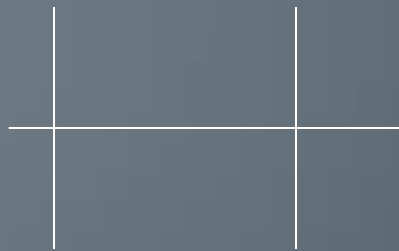
Lentille mince + espace de glissement

- Lentille mince



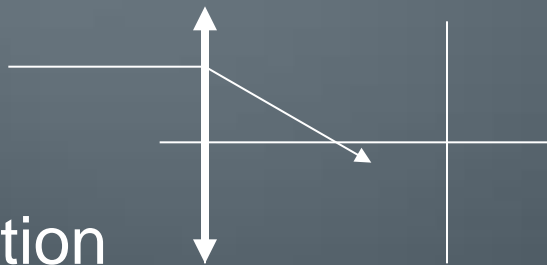
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

- Espace de glissement



$$\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

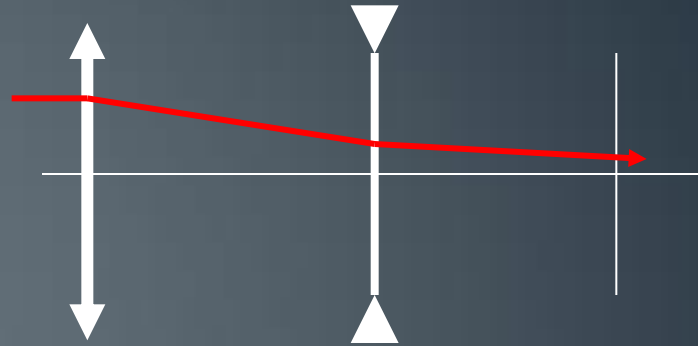
- Association



$$\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{L}{f} & L \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

La maille FODO- focalisation forte

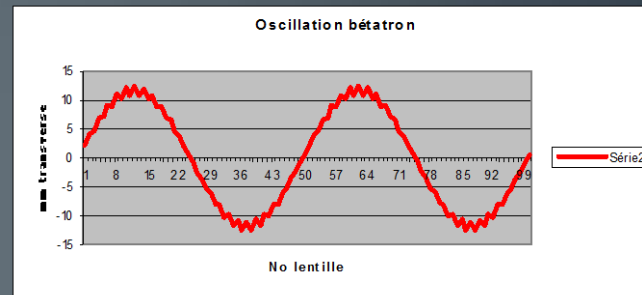
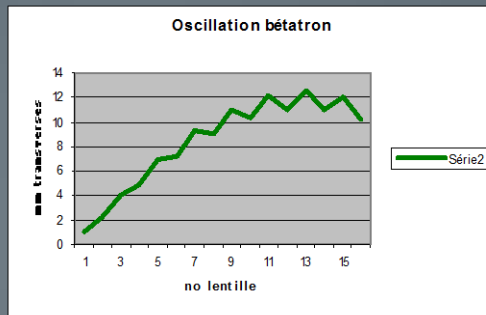
- Adapté aux structures à base quadripolaire
- Association de mailles
 - système périodique
 - Oscillation pseudo-harmonique
 - Pas toujours stable



$$\begin{bmatrix} \frac{f^2 - Lf - L^2}{f^2} & \frac{L(2f + L)}{f} \\ -\frac{L}{f^2} & \frac{f + L}{f} \end{bmatrix}$$

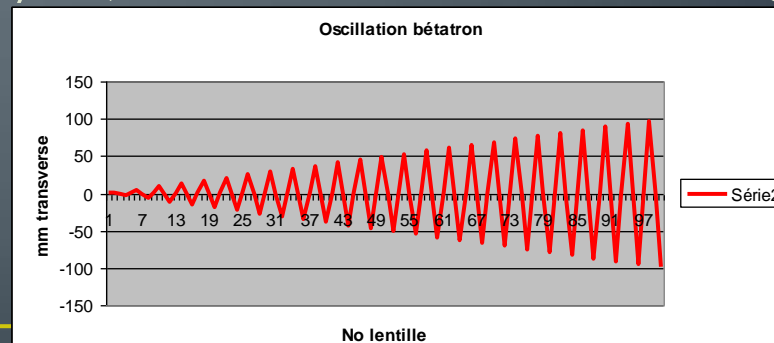
Association de quadripôles. Structure FODO.
Oscillation bêta-tron. Stabilité. Cf excell

- Qpôle: converge en x \Leftrightarrow diverge en y
- Guidage stable \Rightarrow FODO périodique (par exemple)

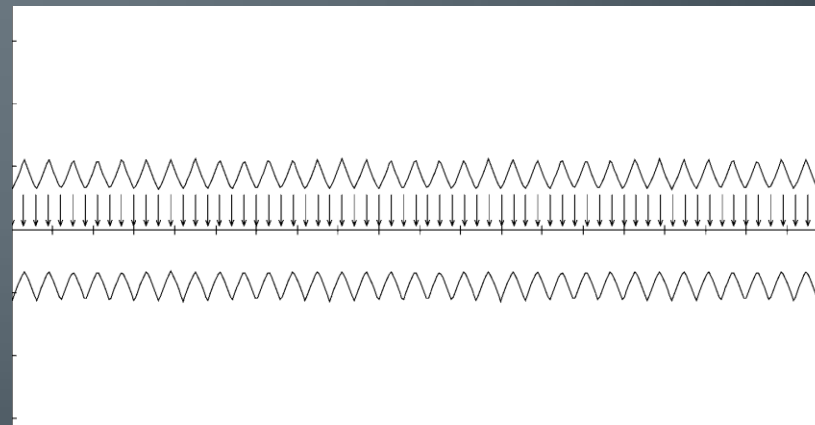
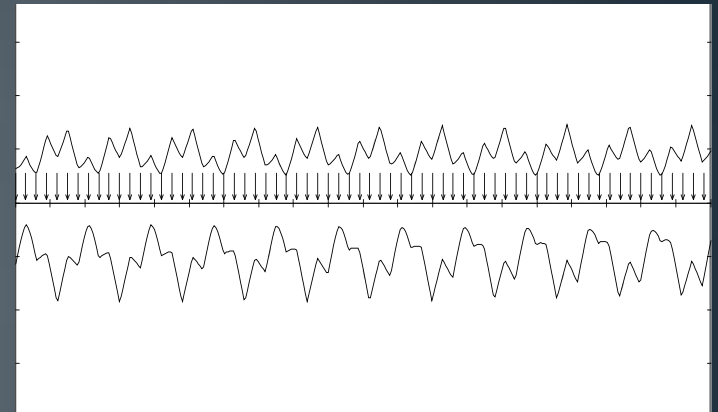
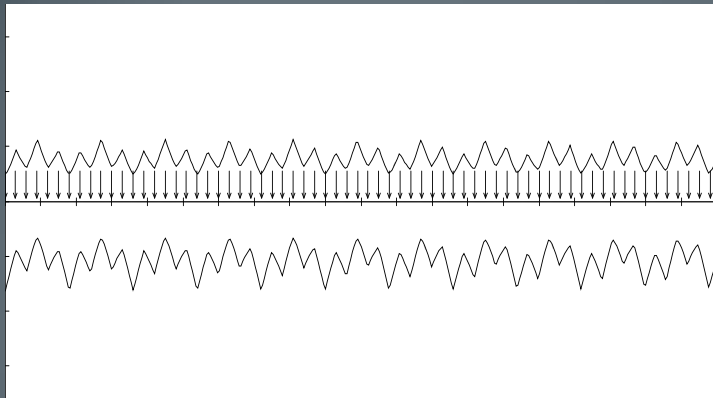


L=distance inter-lentilles

- Oscillation pseudo-harmonique «bêta-tron »
- FODO stable si $f > L/2$ (cf animation et ci-dessous)



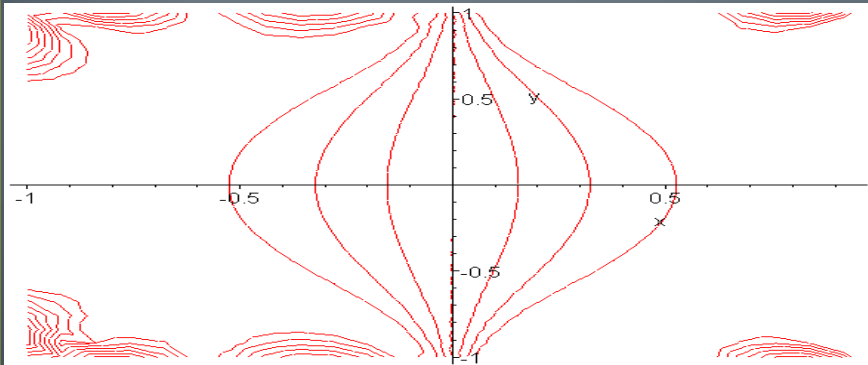
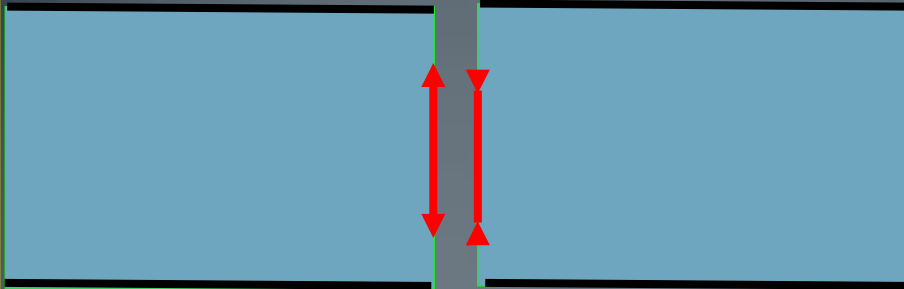
Systeme **périodique**: Adaptation d'émittance ou « matching »: il existe une forme d'émittance qui minimise l'amplitude des oscillations d'enveloppe



Lentille électrostatique de révolution

V1

V2

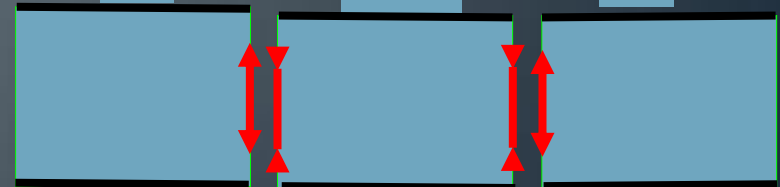


- Convergent dans gap
- Accélératrice ou décélératrice
 - Émittance, ch. Espace
 - +forte si décel.
- Indépendant de n
- Tension $\sim V$ faisceau
- Lent. fente $>$ lentille trou
- Ouverture $\sim R/2$
- Propreté!

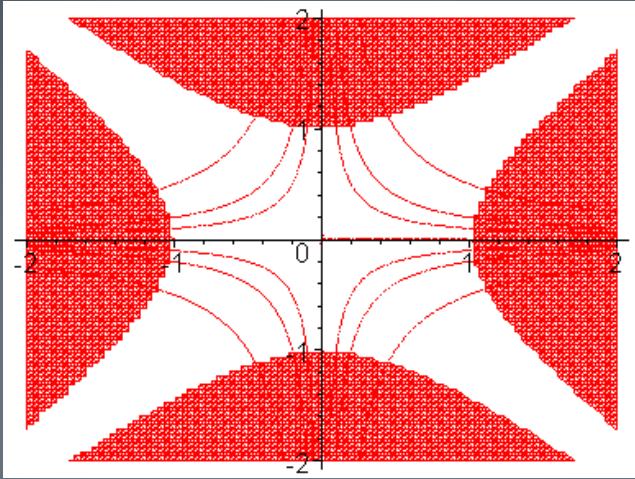
0

V

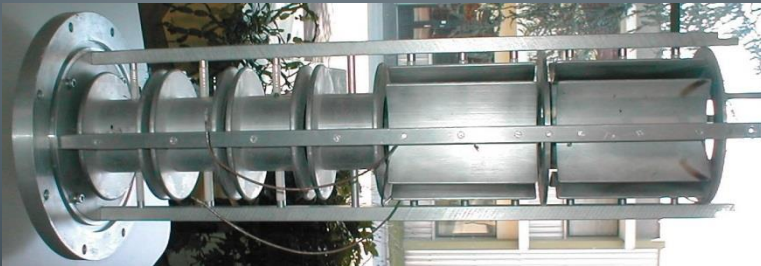
0



Quadripôle électrostatique



- Champ transverse.
- Axe du faisceau perpendiculaire à la feuille.
- Electrodes portées au potentiel $\pm\Delta V$ par rapport à l'axe. Pôles opposés de même polarité.
- Electrodes idéales hyperboliques (dans la pratique: cercles possibles).



$$\left. \begin{aligned} E_x &= \pm \frac{2\Delta V}{R^2} x \\ E_y &= \mp \frac{2\Delta V}{R^2} y \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{L\Delta V}{R^2V} = \frac{nL\Delta V}{R^2T}$$

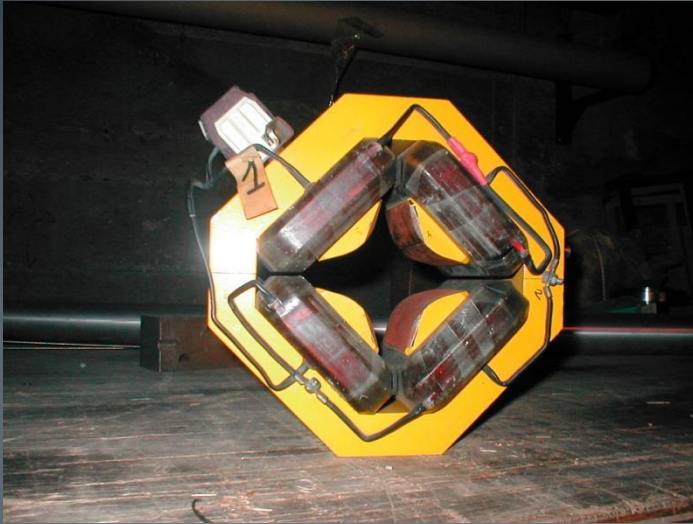
n: état de charge
T: énergie cinétique totale (eV)

Quadripôle électrostatique

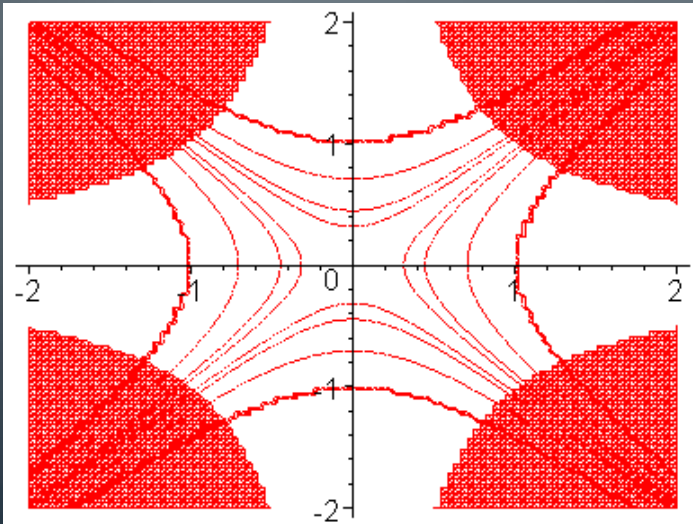
- Electrodes hyperboliques (et infinies) → Force est exactement proportionnelle à la position dans chaque plan.
- Un quadripôle est convergent dans une direction et divergent dans l'autre.
- → L'association périodique de quadripôles doit donc être alternée (exemple de FODO)
- Symétrie de révolution non préservée
- Equivalent à une lentille mince.
- A distance focale égale, la tension à appliquer varie comme R^2
- Faisceau $1+$ / 30 keV : 100 V pour ($L=0.2$ m, $R=20$ mm) pour $f=60$ cm
- Longueur efficace $\sim L-R/2$
- Dans la chambre à vide.
- L'ouverture utilisable \sim l'ouverture totale.



Quadripôle magnétique



- B_0 : champ sur le pôle.
- R : rayon interne (dit « de gorge »)
- $g = B_0/R$ est le gradient
- Pôles idéaux hyperboliques
- Il peut être placé à l'extérieur de la chambre à vide.
- Force magnétique plus grande que la force électrique quand E croît,
➔ quadripôles magnétiques dans les grandes machines
- B_0 est une limite mais g aussi (saturation ailleurs que sur le pôle)



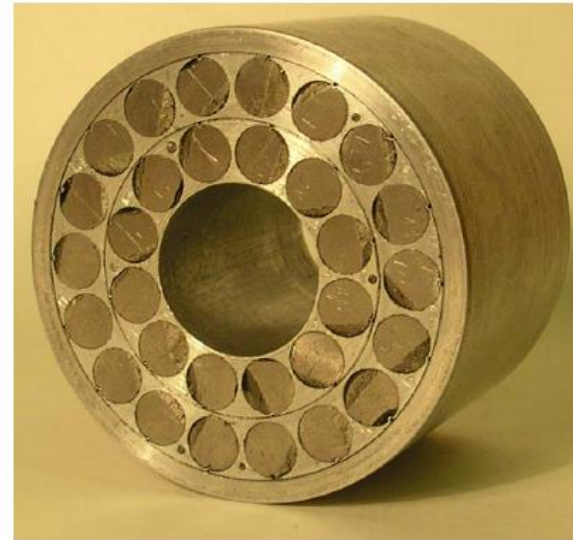
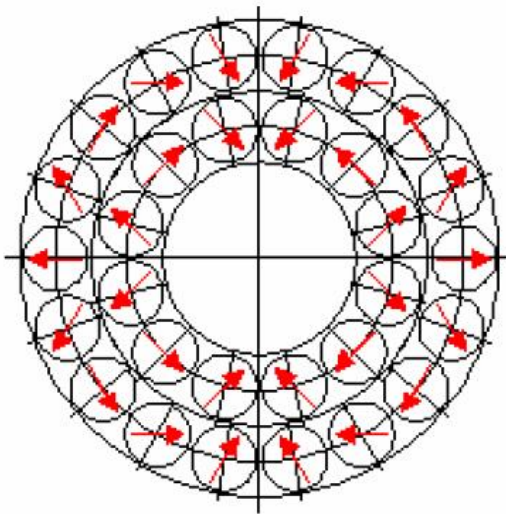
$$\left. \begin{aligned} B_x &= gy \\ B_y &= gx \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{B_0 L}{R(B\rho)} = \frac{gL}{(B\rho)}$$

Quadripôle à aimants permanents (CERN et HIPPI collaboration)

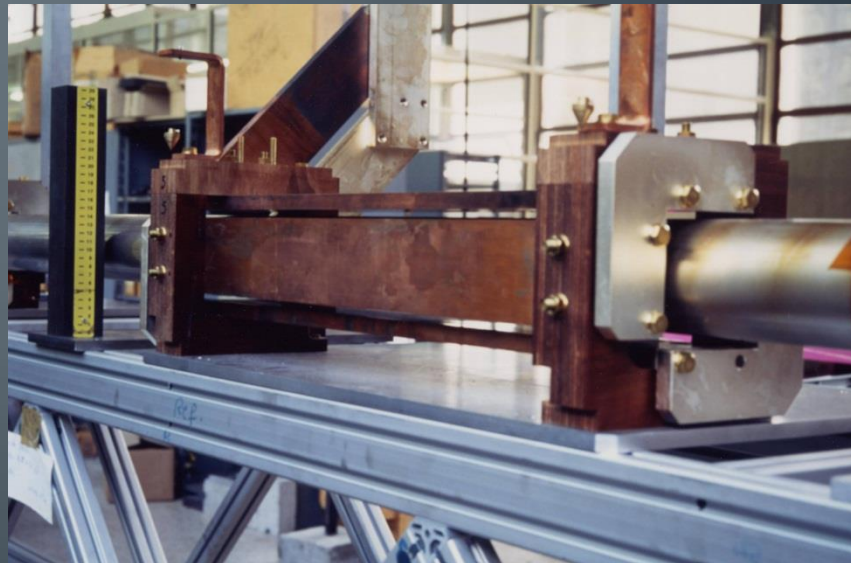


- ITEP Prototype PMQ designed for 50 T/m
 - Inner layer: 12 rods of SmCo_5
 - Outer layer: 18 rods of SmCo_5



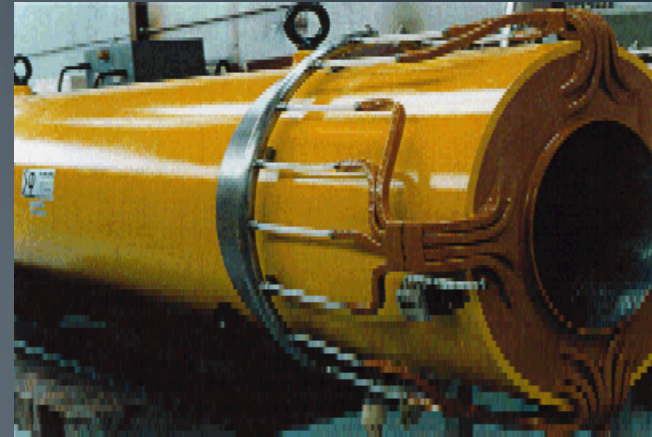
Divers

- Un **quadripôle** est **équivalent**, avec une grande précision, à une **lentille mince** entourée de deux espaces sans champ de longueur $L/2$ (la longueur totale ne doit bien sûr pas changer).
- Un **doublet** de quadripôles est très **différent** d'une **lentille mince**. Il est en fait équivalent à une lentille épaisse et, qui plus est, décalée.
- Un **triplet symétrique** de quadripôles est également équivalent à une **lentille mince**.
- Un quadripôle sera d'autant meilleur que son **GRADIENT de CHAMP sera constant** (ou que son champ variera **LINEAIREMENT** avec la position latérale)
- Un Qpôle original

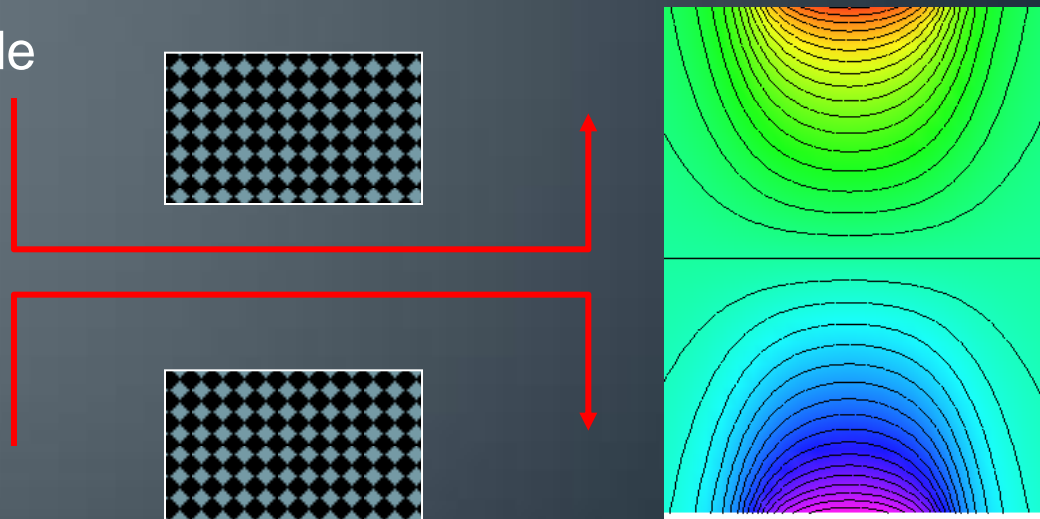


Le solénoïde (lentille Glaser)

- Focalisation par les faces
- Peu d'aberrations
- Convergent
- Symétrie de révolution, mais couplage des plans → lentilles **contra-rotatives** si besoin
- similaire à une lentille mince entourée de deux espaces de glissement



$$B_s \approx B_0 \left(1 + \frac{s^2}{a^2} \right)^{-1}$$
$$\frac{1}{f} = \frac{\pi a B_0^2}{8(B\rho)^2}$$



Pour information: lentilles non-linéaires

- Hexapôles
- Octupôles
- Décapôles
- Dodécapôles

$$B \propto x^2$$

$$B \propto x^3$$

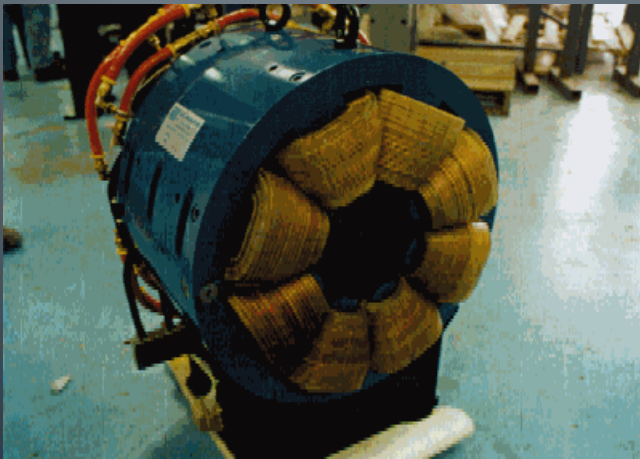
$$B \propto x^4$$

$$B \propto x^5$$

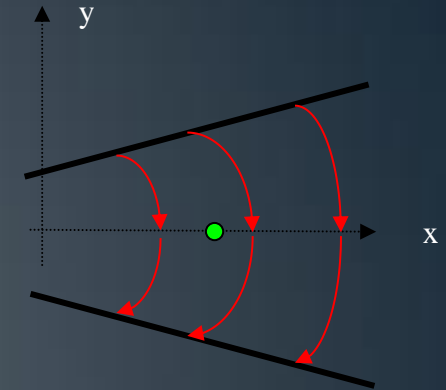
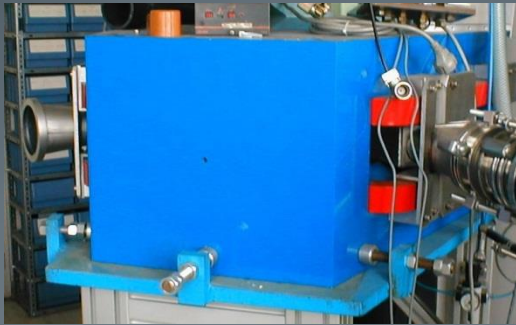
...

Corrections de non linéarité

Correction de chromaticité dans les anneaux



Déviatation des particules



- Ici: focalisant dans le plan de déviation
- **Indice** : composante horizontale non nulle en dehors du plan médian, donc un effet dans le plan vertical
- indice nul → la trajectoire dans le plan vertical est celle dans un espace sans champ.
- indice non nul → effet focalisant ou défocalisant, selon le signe de l'indice, dans le plan qui n'est pas celui de déviation. Il subsiste un effet focalisant dans le plan de déviation mais amoindri voire défocalisant si $n > 1$

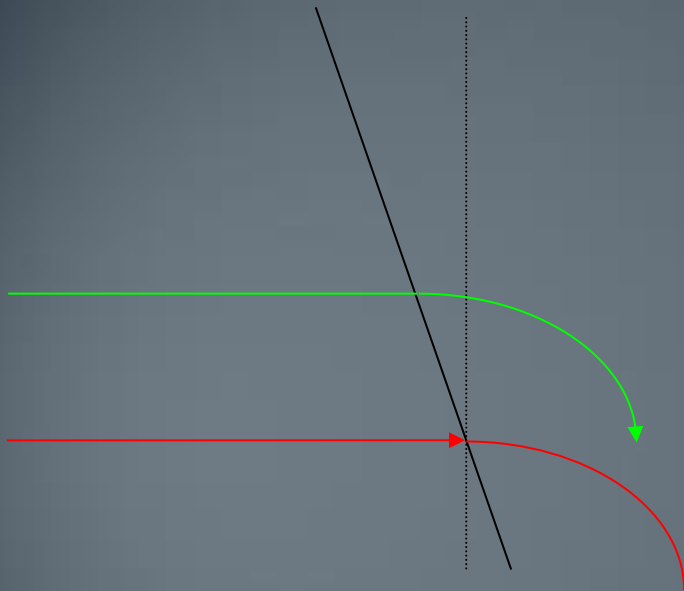
$$R = \frac{(B\rho)}{B}$$

$$n = -\frac{R}{B} \frac{\partial B_x}{\partial y} = -\frac{R}{B} \frac{\partial B_y}{\partial x}$$

$$B_y = B_0 \left[1 - n \frac{x}{R} \right]$$

$$B_x = -B_0 n \frac{y}{R}$$

Focalisation par les faces (simplifiée)



$$\left| \frac{1}{f} \right| = \frac{\tan(\phi)}{R}$$

- ~ lentille mince, convergente ou divergente
- effet de face focalisant dans le plan de déviation → effet défocalisant dans l'autre plan
- *Propriété* : Si l'angle d'entrée est égal à celui de sortie et égal au quart de l'angle de déviation alors le dipôle est convergent identiquement dans les deux plans.
- *Remarque* : un dipôle n'a pas obligatoirement la forme d'un secteur d'angle égal à celui de déviation
- *Nota* : nous avons totalement négligé l'effet des champs de fuite.

Deux petits « trucs »

- Si l'angle des faces est défocalisant dans le plan de déviation et égal au quart de l'angle de rotation, on focalise ~ pareillement dans les deux plans
- Si l'angle des faces est défocalisant dans le plan de déviation et égal à la moitié de l'angle de rotation, on n'a plus de focalisation dans le plan de déviation

¼ angle sur chaque face: ~même focalisation x/y

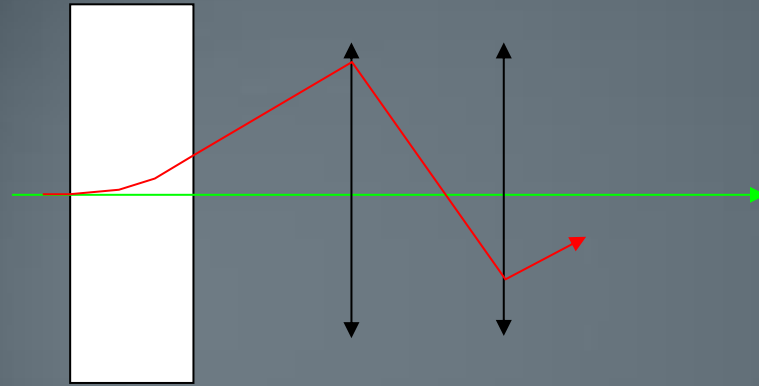
$$\begin{bmatrix} 4 \cos\left(\frac{\theta}{4}\right)^2 - 3 & r_0 \sin(\theta) & 0 & 0 \\ -\frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{4}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{4}\right) r_0} & 4 \cos\left(\frac{\theta}{4}\right)^2 - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \tan\left(\frac{\theta}{4}\right) \theta & r_0 \theta \\ 0 & 0 & \frac{\tan\left(\frac{\theta}{4}\right) \left(-2 + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right) \theta\right)}{r_0} & 1 - \tan\left(\frac{\theta}{4}\right) \theta \end{bmatrix}$$

Angle ½ on chaque face : espace de glissement dans le plan de déviation

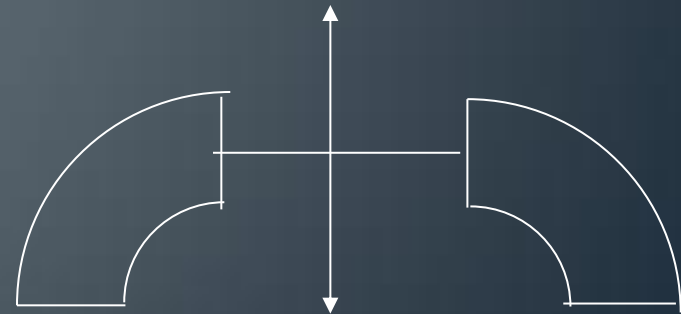
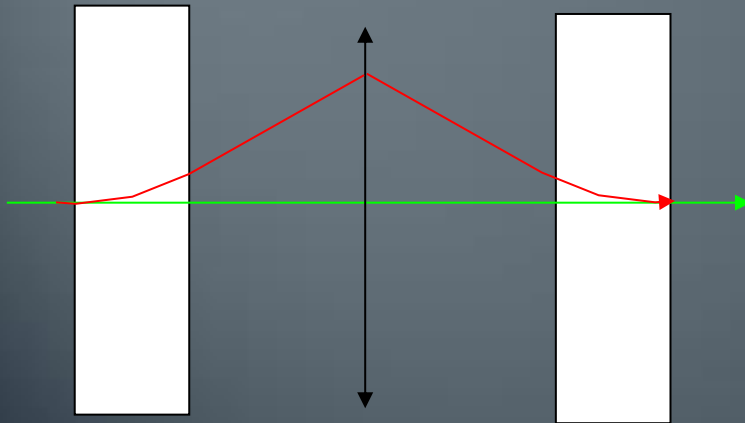
$$\begin{bmatrix} 1 & r_0 \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \theta & r_0 \theta \\ 0 & 0 & \frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(-2 + \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \theta\right)}{r_0} & 1 - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \theta \end{bmatrix}$$

Séparation et dispersion

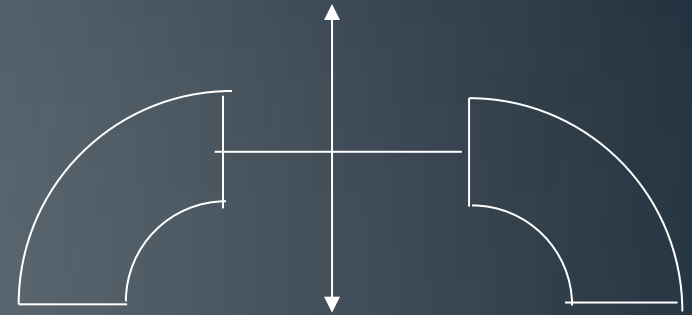
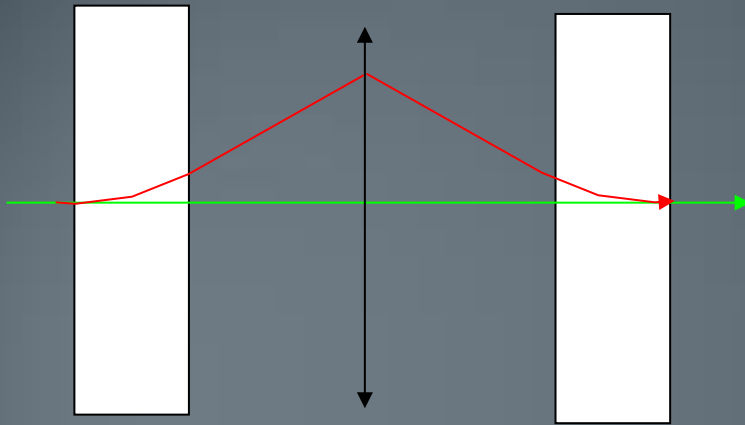
$$x(s) = x_0(s) + D(s) \frac{\Delta p}{p_0}$$



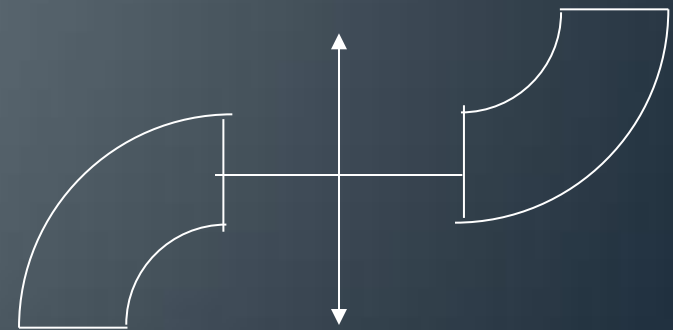
- séparation dans un champ magnétique si q/mv sont différents.
- séparation dans un champ électrique si et seulement si q/T sont différents.
- Spectromètre de masse: peut combiner les deux
- Fonction de dispersion
- Achromatisme



Exercice! Chicane achromatique



?



Application: déviation finale d'un accélérateur de radiothérapie

Dipôle simple:
aucun intérêt

270 degrés
achromatique en un
point →

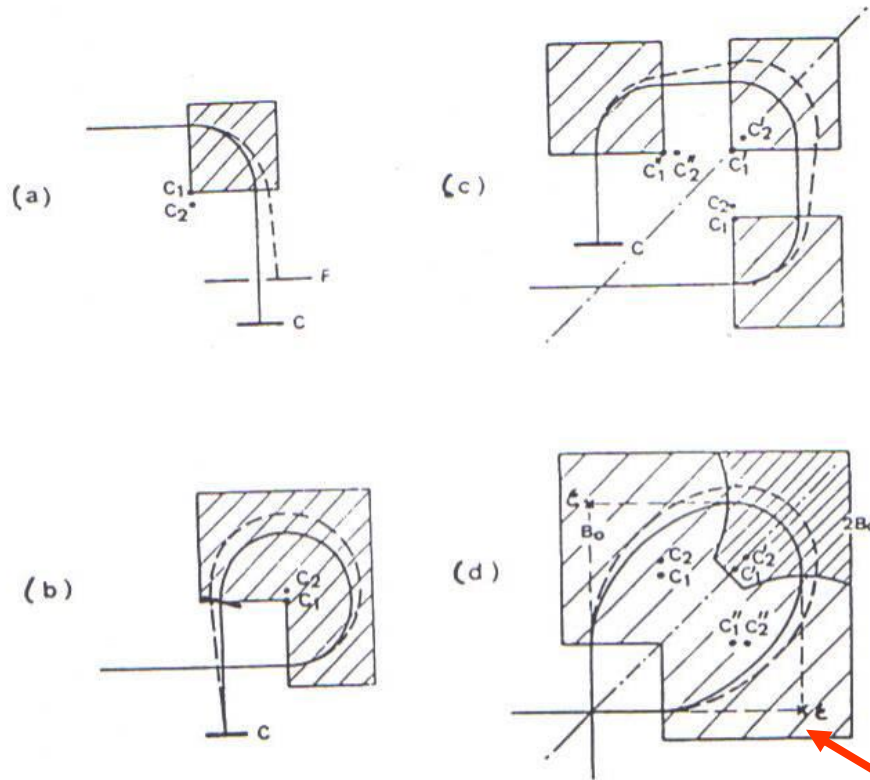
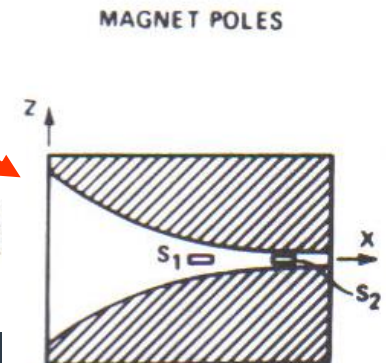


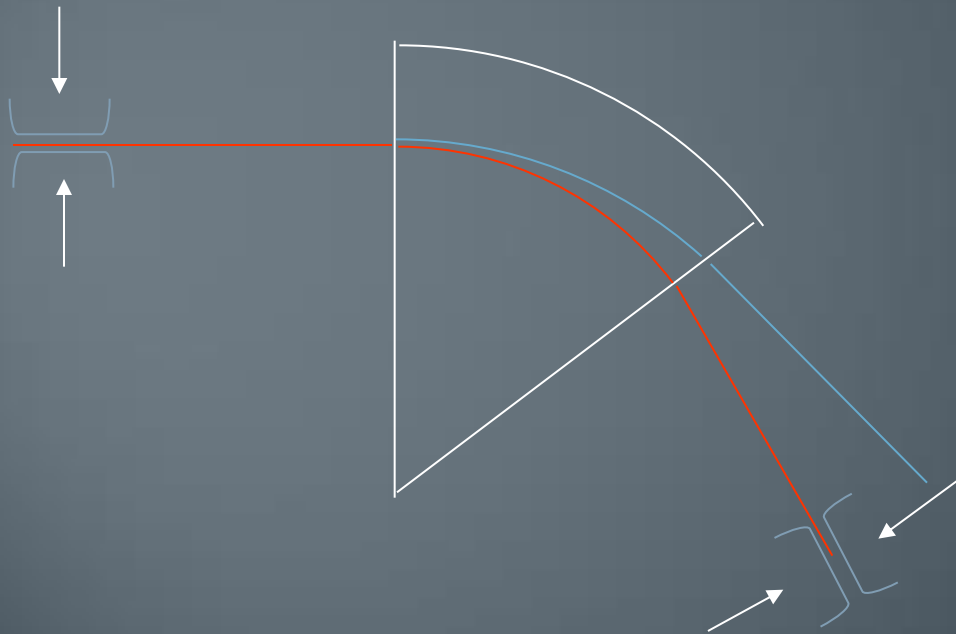
FIGURE 3.27 Beam bending magnetic systems: (a) — 90° magnet, (b) — triplefocal 270° magnet, (c) — multisectional 270° magnet, (d) — Pretzel-type 270° magnet (achromatic magnetic mirror)

Vrai achromat
→ complexe
→ CLINAC 18
(Varian)

Pretzel



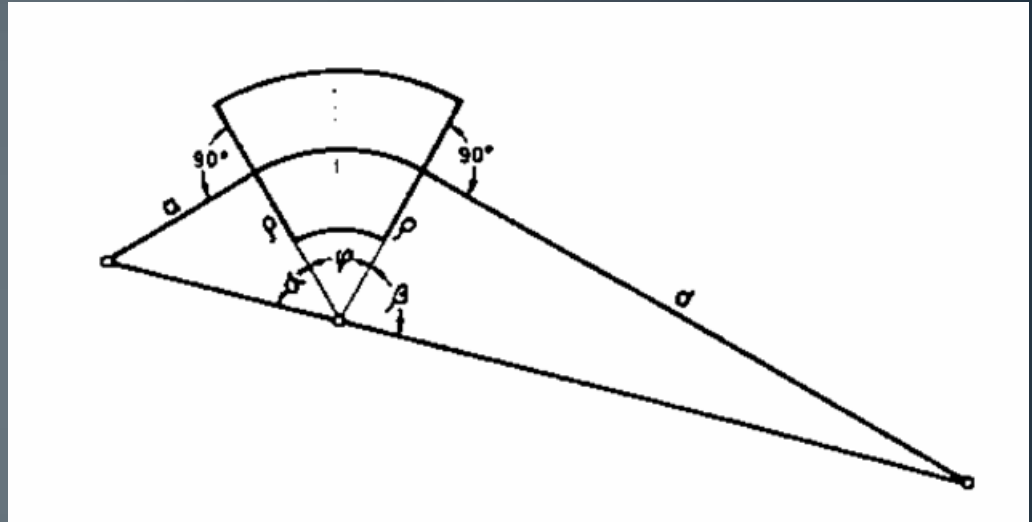
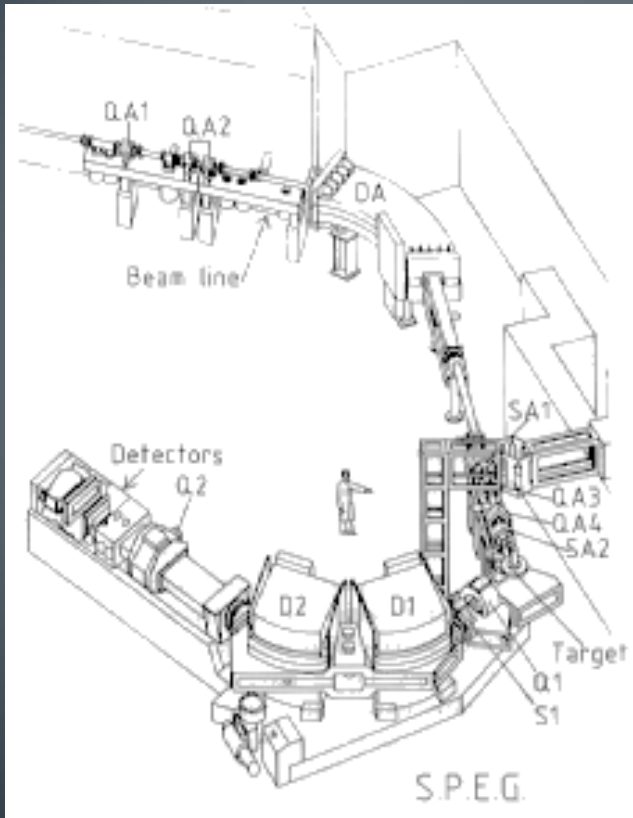
Principe de base du spectromètre



$$R = \frac{p}{\Delta p} = \frac{D}{2Gx_e}$$

- Liaison objet-image ET liaison waist-waist entre fentes entrée/sortie
- La résolution dépend du grandissement (petit)
- Il manque l'optique (Qpôles etc)
- Il peut y avoir deux étages: magnétique et électrostatique

SPEG (GANIL) et un petit truc



Liaison objet-image

Le problème de la charge d'espace

- Dans un faisceau d'intensité importante, la répulsion coulombienne entre particules n'est plus négligeable
- Faisceau continu sans champ: l'ionisation du gaz résiduel permet de piéger des particules de charge opposée et de neutraliser l'effet
- Faisceau non continu: ça peut ne plus marcher si les impulsions sont trop courtes (ex: GENEPI: $1\ \mu\text{s}$, temps de neutralisation $1\ \text{ms}$ –deutons $250\ \text{keV}$)
- Loi en $V^{3/2}$
- Présence de champ: les particules neutralisantes sont éjectées

Charge d'espace (suite)

- Machines de fortes puissance ou supra: pertes admissibles d'environ 1 W/m
- Le faisceau doit être manipulé avec douceur (adiabaticité). En particulier, les enveloppes doivent être très régulières
- Calcul particulière (lourd) ou de l'enveloppe (sommaire mais rapide).

**Merci de votre
attention**